



INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de transmisión de datos, representación gráfica o cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el enunciado, donde también se especifica la valoración de cada apartado. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 2.5 puntos

Dado el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x - y - z = a - 1 \\ y + z = 2 \\ 2x + y - az = 2, \end{cases}$$
 se pide:

- a) (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro real a .
- b) (0.5 puntos) Resolverlo para $a = -1$.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 2.5 puntos

Dada la función $f(x) = \begin{cases} \sin(\pi x) - \cos(\pi x) & \text{si } x \leq 1, \\ \frac{\ln(x)}{x-1} & \text{si } x > 1, \end{cases}$ se pide:

- a) (0.75 puntos) Estudiar la continuidad de f , en $x = 1$.
- b) (0.75 puntos) Calcular $f'(e)$.
- c) (1 punto) Calcular $\int_0^1 f(x) dx$.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2.5 puntos

Dados el punto $P(0, -1, 1)$ y el plano $\pi \equiv x + y + z = 1$, se pide:

- a) (0.5 puntos) Determinar la ecuación de una recta perpendicular a π que pase por P .
- b) (2 puntos) Hallar el volumen del tetraedro que forma el origen de coordenadas $O(0, 0, 0)$ con los puntos de intersección del plano π con cada uno de los tres ejes.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2.5 puntos

Las calificaciones de cierto examen de Matemáticas siguen una distribución normal de media 6.8 y desviación típica 1.2.

- a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que un estudiante elegido al azar haya aprobado el examen.
- b) (1.5 puntos) Se quiere conceder un premio a los estudiantes con nota mayor que 9. Calcule el porcentaje esperado de estudiantes premiados.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 2.5 puntos

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, se pide:

- (1 punto) Justificar que admite inversa y calcular A^{-1} .
- (0.5 puntos) Calcular el determinante de la matriz $A \cdot A^t$, donde A^t es la matriz traspuesta de A .
- (1 punto) Obtener el rango de la matriz $A^2 - A$.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 2.5 puntos

Dada la función $f(t) = 6te^{-3t}$, se pide:

- (1 punto) Calcular $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$.
- (1.5 puntos) Estudiar el crecimiento y los valores máximo y mínimo de $f(t)$ en $[0, \infty)$.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2.5 puntos

Se considera la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = y = z-3$ y el plano $\pi \equiv x + y - 2z = 6$. Se pide:

- (1 punto) Determinar la posición relativa de r y π .
- (1.5 puntos) Hallar la ecuación de un plano π' perpendicular a π y que contenga a r . Determinar la distancia del origen $O(0, 0, 0)$ al plano π' .

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2.5 puntos

En una clase hay 18 chicos y 12 chicas. Se sabe que el 20% de los chicos y el 15% de las chicas tienen afición a la robótica. Se elige un estudiante de la clase al azar y se pide:

- (1.5 puntos) Calcular la probabilidad de que tenga afición a la robótica.
- (1 punto) Sabiendo que tiene afición a la robótica, determinar la probabilidad de que sea chico.

DISTRIBUCIÓN NORMAL



Ejemplo: si Z tiene distribución $N(0, 1)$, $P(Z < 0,45) = 0,6736$.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990